390. 數學雜話

松 村 宗 治 (台北大)

(I) 吾々ハn次元ゆうくりっど空間内ノ二ツノ円甲,乙ヲ考ヘ甲ヲ通ル球が乙ニ垂直ナラバ

$$(1) \quad T^{ik}\rho_i\rho_k = 0$$

ナルコトが分ル。(拙著論文,台北帝大理農學部紀要参照)

今(1)が二ツノ因子ニ分離サレルトシ

(2) $T^{ik}\rho_i\rho_k \equiv (a^i\rho_i)(b^k\rho_k)$

ナリトスル、然ルトキハ

(3) $\mathfrak{a}\,\mathfrak{b} = (a^i\rho_i)(b^k\rho_k) = T^{ik}u_i u_k,$

但シ

(4) $\mathfrak{a} = a^i u_i, \quad \mathfrak{b} = b^k u_k$

然ルトキハ (2) ヨリ

$$a^1 b^1 = T^{11},$$

(5) $a^1 b^2 + a^2 b^1 = 2T^{12},$

$$a^2 b^2 = T^{22}$$

デアル。(5) ノ第一，第三式ヨリ b^1, b^2 ヲ a^1, a^2 ニテ表ハシソレヲ第二式ニ代入セバ $a^1 : a^2 = t$ トオクコトニヨリ

(6) $T^{22}t^2 - 2T^{12}t + T^{11} = 0$

ヲ得。

(5) ガ對稱式ナルガ故ニ比 $b^1 : b^2$ ニツイテモ同ジ式ヲ満足スル。

ソレ故ニ Tensor T^{ik} ハ Vektor $\mathfrak{a}, \mathfrak{b}$ ヲ決定ス、而シテソノ座標ハ根 t_1, t_2 ニヨリテ定メラレル. 但シ

$$\frac{a_1}{a_2} = t_1, \quad \frac{b_1}{b_2} = t_2$$

デアル。

モシ (2) ガ零ニ等シケレバ Vektor $\mathfrak{a}$ ハ Vektor $\mathfrak{b}$ ニ垂直ニナル。

亦(2)ノ値ガ定値ナラバ α ノスベテノ Vektor ニ對應シテ $\mathfrak{L}$ ノ Vector ガ一意的ニ對應スルコトニナル。

(II) 前ニコソデ Eisenhart ガ考ヘタ A-surface ノ相對的距離ヲ考ヘタガアノ式ヲ一般化シテ

$$(1)\quad F(u)\equiv\sum_{i,k=1}^{n}A_{ik}\frac{\partial^2 u}{\partial x_i\partial x_k}+\sum_{i=1}^{n}B_i\frac{\partial u}{\partial x_i}+Cu=0$$

ヲ考ヘル、コヽニ A_{ik}, B_i, C ハ n 個ノ變數 $x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n$ ノ函數デアリ、ソレ等ハ n 次元ノ空間ニ於ケル点ノ座標ト考ヘル。

然ルニ Hadamard ニヨレバ(1)ノ初等的解ガ分ッテイル{Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations (Yale, 1923), p. 70, et seq.}, 即チ

n ガ odd ナラバ

$$n=\Gamma^{-\frac{1}{2}(n-2)}\left[U_0+U_1\Gamma+U_2\Gamma^2+\cdots\cdots+U_r\Gamma^r+\cdots\cdots\right],$$

但シ

$$U_0=k\exp\left[-\int_0^s\frac{1}{4s}\left\{F(\Gamma)-C\Gamma-2n\right\}ds\right]$$

k ハ或常數, $s=\sqrt{\Gamma}$ ハ (y_i) ヨリ (x_i) ヘノ geodesic ノ弧ノ長サデアル。

函數 U_r $(r>0)$ ハ

$$U_r=-\frac{U_0}{(4r-2n+4)s^r}\int_0^s\frac{s^{r-1}}{U_0}F(U_{r-1})\,ds$$

ナル recurrence-formula ニヨツテ決定サル。

(1) ニテ (A_{ik}) ニ reciprocal ナル matrix ヲ (H_{ik}) トシ metric ガ

$$ds^2 = \sum_{i,k} H_{ik}\, dx_i\, dx_k$$

ナル Riemannian space ヲ考ヘルノデアル。

尚亦 n ガ even ナラバ同樣ナ公式ニナル、但シ $\log \Gamma$ ナル項ガ含マレル。

デアルカラ (1) ノ二ツノ解ヲ求メ其ノ比ニテ相對的距離ナリト定義スルトヨイト思ハレル。